

Департамент образования Белгородской области
ОГАОУ ДПО «Белгородский институт развития образования»

Методические рекомендации
«Об использовании результатов единого государственного экзамена
по математике выпускников общеобразовательных учреждений
Белгородской области
в совершенствовании преподавания математики
в 2015 - 2016 учебном году»

Белгород 2015

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике (2004 г). Варианты КИМ составлялись на основе кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения в 2015 г. ЕГЭ по математике.

В 2015 году ЕГЭ по математике впервые проводился на двух уровнях. Участник экзамена имел право самостоятельно выбрать любой из уровней, либо оба уровня в зависимости от своих образовательных запросов, а также перспектив продолжения образования.

Для поступления в высшие учебные заведения на специальности, где математика является одним из вступительных требований, выпускник был должен выполнить экзаменационные требования на профильном уровне. Для поступления на специальности, не связанные с математикой, а также для получения аттестата о среднем полном образовании достаточно было выполнения аттестационных требований на базовом уровне.

Единый государственный экзамен представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы основного общего и среднего (полного) общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов).

В 2015 году выпускники Белгородской области сдавали ЕГЭ по математике на базовом и профильном уровне. На базовом уровне математику сдавали 4088 учащихся, на профильном уровне – 5796 человек.

Важным показателем уровня математической подготовки выпускников общеобразовательных организаций области является тестовый балл.

В 2015 г. установлено минимальное количество баллов при сдаче математики на профильном уровне – 27, средний балл по Белгородской области составил – 47,14 баллов. В 2015 году в области нет учащихся,

которые набрали 100 баллов, от 90-99 баллов набрали 11 человек. Не справились с заданиями профильного уровня, то есть набрали баллы менее 27,

380 выпускников, что составило 6,6% от участников экзамена.

Экзаменационная работа по математике на базовом уровне оценивалась по пятибалльной системе, соответственно необходимо было набрать не менее «3» для получения аттестата. Средний балл по Белгородской области – 3,96.

Сравнение оценочного уровня результатов ЕГЭ по области позволяет сделать вывод, что в области значительная часть учащихся усвоила минимум содержания математического образования.

Анализ результатов выполнения экзаменационной работы

В КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня в 2015 г. соблюдена преемственность с КИМ ЕГЭ по математике 2014 г. С целью оптимизации структуры варианта в условиях перехода к двухуровневому экзамену в первой части уменьшено число заданий – исключено одно задание практико-ориентированного содержания. Во второй части добавлено задание с экономическим содержанием повышенного уровня сложности. Изменена форма задания 17 (С3 в 2014 году) и максимальное число баллов за это задание уменьшено с 3 до 2.

Все изменения соответствуют действующему ФГОС по математике общего образования и отражены в спецификации и демонстрационном варианте ЕГЭ 2015 года.

Работа в 2015 г. состояла из двух частей и содержала 21 задание. Часть 1 содержала 9 заданий (задания 1–9) с кратким числовым ответом, проверяющих наличие практических математических знаний и умений базового уровня.

Часть 2 содержала 12 заданий по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки. Из них пять заданий (задания 10–14) с кратким ответом и семь заданий (задания 15–21) с развёрнутым ответом.

Задания были разделены на три тематических модуля «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» и «Практико-ориентированные задания».

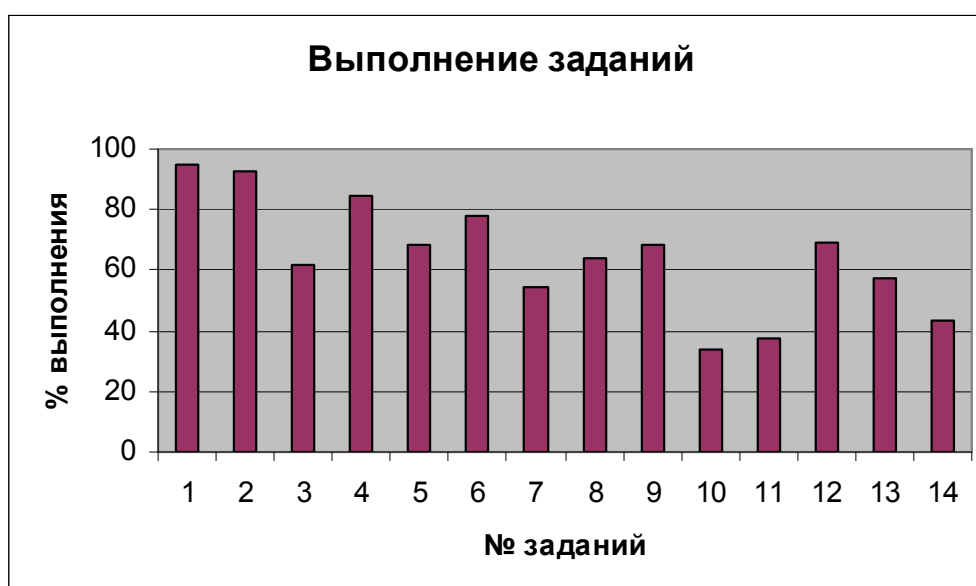
Задания 1 – 3, 5 первой части и задания 11 и 19 второй части представляли практико-ориентированный модуль, включая задание на элементы курса теории вероятностей.

Задания 4, 7, 9 первой части, задания 12, 16, 18 второй части – геометрические.

Задания 6, 8 первой части и задания 10, 13, 14, 15, 17, 20 и 21 второй части – это задания разного уровня сложности по алгебре, включая задания на составление математических моделей в виде уравнений или неравенств, а также задания по элементам математического анализа, призванные проверить базовые понятия анализа и умение применять стандартные алгоритмы при решении задач.

Диаграмма 1 показывает результаты выполнения заданий с кратким ответом по Белгородской области.

Диаграмма 1.



Задачи с кратким ответом (3, 7, 10, 11, 13, 14) вызвали затруднения у выпускников, поэтому средний процент выполнения менее 60%.

Ниже приведены примеры заданий (*на основе демоверсии*), которые в 2015 году вызвали больше всего затруднений у учащихся:

Задание 3.

Строительный подрядчик планирует купить 20 тонн облицовочного кирпича у одного из трёх поставщиков. Один кирпич весит 5 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за 1 шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные условия
А	19	3000	Нет
Б	18	5000	Доставка бесплатная, если сумма заказа превышает 50 000 рублей
В	16	6500	При заказе товара на сумму свыше 50 000 рублей скидка на доставку 50%

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с учётом доставки?

Проверяемые требования (умения):

Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Задание 7.

Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Найдите угол BOC , если угол BAC равен 32° . Ответ дайте в градусах.

Проверяемые требования (умения):

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

Задание 10

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$

Проверяемые требования (умения):

Уметь выполнять вычисления и преобразования

Задание 11

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением $\nu = \frac{f - f_0}{f + f_0}$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде; f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц); f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Проверяемые требования (умения):

Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Задание 13

Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

Проверяемые требования (умения):

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

Задание 14

Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 4)^2 + 2x + 7$.

Проверяемые требования (умения):

Уметь выполнять действия с функциями

Выполнение заданий с записью ответов повышенного и высокого уровня сложности.

Задания 15–19 относились к повышенному уровню сложности, а задания 20 и 21 – к высокому уровню сложности.

В таблице 1 указан средний первичный балл выполнения соответствующего задания. При этом задания 15-17 оценивались максимум в 2 балла, а 18-19 – 3 балла, 20-21- 4 балла.

Таблица 3.

Задания в работе	Проверяемые элементы содержания	% получивших определенный первичный балл
15	Уметь решать уравнения и неравенства	1 балл – 9,13 2 балл – 18,54
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	1 балл – 3,08 2 балл – 1,45
17	Уметь решать уравнения и неравенства	1 балл – 6,29 2 балл – 5,74
18	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	1 балл – 0,66 2 балл – 0,03 3 балл – 0,07
19	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	1 балл – 0,93 2 балл – 0,29 3 балл – 0,38
20	Уметь решать уравнения и неравенства	1 балл – 0,92 2 балл – 0,12 3 балл – 0,14 4 балл – 0,09
21	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	1 балл – 2,28 2 балл – 0,45 3 балл – 0,09 4 балл – 0,07

Данные задания доступны в решении выпускникам повышенного уровня математической подготовки.

Необходимо выделить задания, вызвавшие наибольшие затруднения у учащихся:

Задание 16

Все рёбра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ имеют длину 6. Точки M и N — середины рёбер AA_1 и A_1C_1 соответственно.

- Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны.
- Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1 .

Задание 17

Решите неравенство: $\frac{\log_9(2-x) - \log_{15}(2-x)}{\log_{15}x - \log_{25}x} \leq \log_{25}9$.

Модель **ЕГЭ по математике базового уровня** представлена впервые. Содержание работы построено на традициях российского математического образования, развивает подходы, заложенные в едином государственном экзамене по математике 2010–2014 гг. При этом существенно расширено количество заданий, проверяющих освоение умений применять математические знания в практических ситуациях, увеличено количество заданий базового уровня сложности, исключены задания повышенного и высокого уровней сложности.

КИМ ЕГЭ базового уровня в 2015 г. разрабатывался с учетом опыта ЕГЭ по математике прошлых лет, особенностей целевой группы участников базового экзамена в соответствии с требованиями Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике. Варианты КИМ составлялись на основе кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения в 2015 г. ЕГЭ по математике.

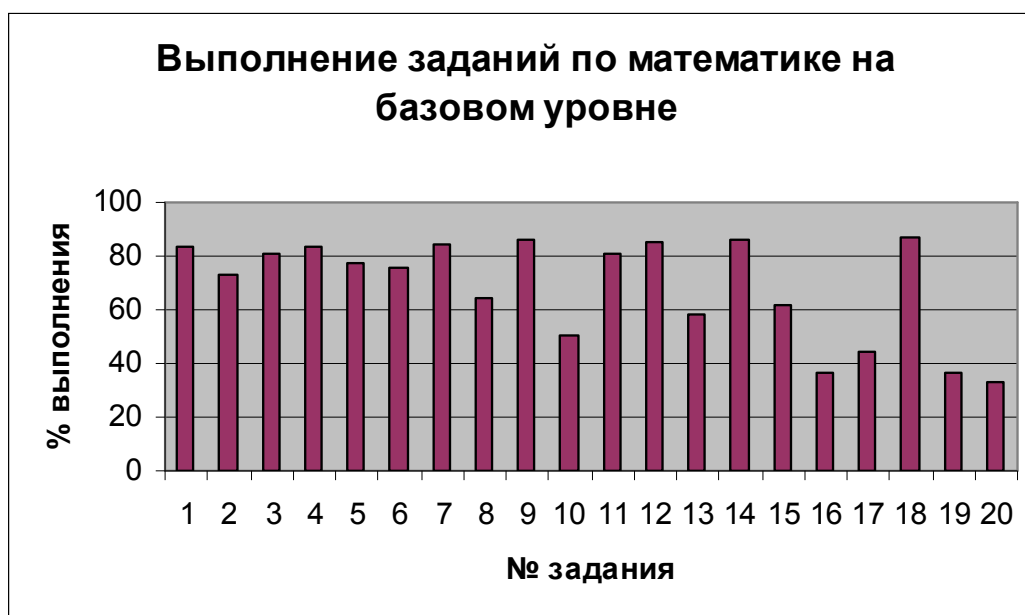
Для разработки КИМ базового уровня были разработаны документы, определяющие структуру и содержание КИМ: спецификация и демонстрационный вариант. КИМ ЕГЭ базового уровня по математике содержит 20 заданий базового уровня сложности с кратким ответом, проверяющих освоение базовых умений и навыков применения математических знаний на практике.

Содержание и структура работы дают возможность полно проверить комплекс умений и навыков по предмету: использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни; выполнение вычислений и преобразований; решение уравнений и неравенств; выполнение действий с функциями; выполнение действий с геометрическими фигурами; построение и исследование математической модели.

В работу включены задания по всем основным разделам предметных требований ФК ГОС: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика. Часть заданий имеют выраженную практическую направленность; часть заданий предназначена для проверки логических навыков.

Диаграмма 2 показывает результаты выполнения заданий с кратким ответом по Белгородской области.

Диаграмма 2.



Задания №№ 10, 13, 16, 17, 19, 20 вызвали затруднения у учащихся, поэтому выполнение их менее 60%.

Задание 10

В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Задание 13

В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 80 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.

Задание 16

Радиус основания цилиндра равен 13, а его образующая равна 18. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 12. Найдите площадь этого

Задание 19

Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

Задание 20

Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь спускается на 2 м. Высота дерева 10 м. Через сколько дней улитка впервые окажется на вершине дерева?

Проведение ЕГЭ по математике на двух уровнях уже в 2015 году дало возможность приступить к решению многих из накопившихся проблем. Значительная часть выпускников в 2015 году сознательно выбрали только базовый экзамен, тем самым была несколько снижена неоднородность подготовки экзаменационного контингента на профильном экзамене.

Основной проблемой математического образования как и в прошлые годы остается низкая мотивация учащихся к приобретению математических знаний, которая связана с общественной недооценкой значимости математического образования, а также с избыточным единством программных требований и отсутствием конкурентной образовательной среды.

Рекомендации по подготовке к ЕГЭ 2015 г. по математике

Итоги ЕГЭ 2015 года выявляют ключевые проблемы, определяющие недостаточное количество выпускников с уровнем подготовки, достаточным для успешного продолжения образования в профильных ВУЗах.

- несформированность базовой логической культуры;
- недостаточные геометрические знания, графическая культура;
- неумение проводить анализ условия, искать пути решения, применять известные алгоритмы в измененной ситуации;
- неразвитость регулятивных умений: находить и исправлять собственные ошибки.

Указанные проблемы вызваны, помимо недостатка внутренней мотивации, системными недостатками в преподавании.

- отсутствие системы выявления и ликвидации пробелов в осваиваемых математических компетенциях, начиная с 6 класса;
- отсутствие системной поддержки углубленного математического образования в 8–11 классах;
- отсутствие действительного разделения обучения математике на базовое и профильное в 10–11 классах, что провоцирует низкую эффективность уроков.
- отсутствие во многих регионах системной работы по развитию математического таланта учащихся;
- недостаточная квалификация педагогов, в том числе предметная (неумение решать задачи), неумение использовать дистанционные формы работы.

В связи с обозначившимися проблемами считаем целесообразным рекомендовать:

- изучить и обсудить данные аналитические материалы и методические рекомендации по итогам проведения ЕГЭ по математике в 2015 году. Постоянно держать в поле зрения материалы по итогам проведения ЕГЭ, публикуемые в специализированных периодических изданиях;
- в условиях двухуровневого экзамена для организации учебного процесса образовательные организации должны учитывать наличие двух групп учащихся, имеющих различные перспективы профессиональной деятельности и формирующих различные образовательные запросы.
- рабочие программы по математике образовательных организаций должны отражать выявившуюся тенденцию. Образовательным учреждениям следует изыскать возможности для разделения образовательных траекторий различных целевых групп учащихся. Необходимо насытить рабочие программы практико-ориентированными заданиями, выстроить систему изучения практической, жизненно важной математики во все школьные

годы. Сюда входят элементы финансовой и статистической грамотности, умение принимать решения на основе расчетов, навыки самоконтроля с помощью оценки возможных значений физических величин на основе жизненного опыта и изучения предметов курса естествознания. Рабочие программы должны базироваться на примерных образовательных программах в рамках ФГОС по математике, которые учитывают переход к разным уровням школьного математического образования;

- использовать в своей работе возможности, предоставляемые многочисленными сборниками по подготовке к ЕГЭ, систематическими публикациями в специализированной прессе (журналы МИФ, МИФ-2, «Математика для школьников» и т.п.), возможностями Интернета (демонстрационный вариант контрольно-измерительных материалов, демоверсии прошлых лет, интерактивные версии, открытый сегмент банка заданий по математике для проведения ЕГЭ);

- провести поэлементный анализ заданий, традиционно вызывающих трудности у выпускников, и предусмотреть систематическую работу по формированию и развитию соответствующих базовых умений и навыков;

- эффективно реализовывать уровневую дифференциацию в процессе преподавания математики: уделить особое внимание преподавателей на формирование базовых знаний и умений для учащихся, которые не ориентированы на более глубокое изучение математики при продолжении образования, а также обеспечение продвижения учащихся, которые имеют высокую учебную мотивацию и возможности для изучения математики на повышенном и высоком уровне;

- изменить отношение к преподаванию курса геометрии в основной и в старшей школе как к предмету, по которому предстоит итоговая аттестация за курс средней школы, а также делать акцент не только на овладение теоретическими фактами курса, но и на формирование умения проводить обоснованные решения геометрических задач и математически грамотно их записывать;

- формировать умения учащихся работать с графиками различной степени сложности, в том числе с графическими способами решения задач с параметрами;
- выработать у обучающихся быстрое и правильное выполнение заданий части 1, используя, в том числе и банк заданий экзамена базового уровня. Умения, необходимые для выполнения заданий базового уровня, должны быть под постоянным контролем;
- В записи решений к заданиям с развернутым ответом нужно особое внимание обращать на построение чертежей и рисунков, лаконичность пояснений, доказательность рассуждений;
- для эффективной реализации программы уровневого обучения необходим мониторинг индивидуальных учебных траекторий школьников начиная с первого года обучения
- Необходимо заменить «принцип прохождения программы» качественным усвоением знаний и умений на выбранном ими направлении подготовки
- использовать задания открытого банка на сайте ФИПИ <http://fipi.ru> и <http://mathege.ru> по математике. Другие сведения и рекомендации, касающиеся государственной (итоговой) аттестации выпускников можно найти на сайтах: <http://www.math.ru>, <http://www.ege.edu.ru>, <http://www.fipi.ru>.

При подготовке к ЕГЭ рекомендуется использовать следующую литературу (новые издания):

1. Смирнов В.А., Яценко И.В. Графики. Пособие для подготовки к ЕГЭ. – М.МЦНМО, 2014, 144стр.
2. Смирнов В.А., Яценко И.В. Фигуры в пространстве. Пособие для подготовки к ЕГЭ. – М.МЦНМО, 2014, 104стр.
3. Готовимся к ЕГЭ. Математика. Диагностические работы в формате ЕГЭ 2014. - М.МЦНМО, 2014, 160стр.

4. Ященко И.В., Шестаков С.А., Трепалин А.С., Захаров П.И. Подготовка к ЕГЭ по математике. Новая демонстрационная версия 2014 года. – М.МЦНМО, 2014, 280стр.
5. Шаповалов А.В., Ященко И.В. Вертикальная математика для всех. Готовимся к задаче С6 ЕГЭ с 6-го класса. – М.МЦНМО, 2014, 120стр
6. ЕГЭ 2014. Математика. Типовые тестовые задания. Базовый и профильный уровни. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО, 2014, 56с. (1)
7. ЕГЭ 2014. Математика. Типовые тестовые задания. Базовый и профильный уровни. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО, 2014, 56с. (2)
8. ЕГЭ 2014. Математика. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2(С). Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО 2014, 216с.
9. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2014 году. Методические указания. Ященко И.В., Шестаков С.А. и др. – М.МЦНМО, 2014, 240с.
10. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2014: решаем задание С3 методом рационализации. Под ред. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. – М.МЦНМО, 2013, 32с.
11. ЕГЭ 2013. Математика. Задача С1. Шестаков С.А., Захаров П.И. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО 2013, 176с.
12. ЕГЭ 2013. Математика. Задача С2. Смирнов В.А. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО, 2013, 128с.
13. ЕГЭ 2013. Математика. Задача С3. Сергеев И.Н., Панферов В.С. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО, 2013, 80с.
14. ЕГЭ 2013. Математика. Задача С4. Гордин Р.К. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. – М.МЦНМО, 2013, 176с.
15. ЕГЭ 2012. Математика. Решение задачи С4. Гордин Р.К. – М.МЦНМО, 2012, 328с.

16. ЕГЭ 2013. Математика. Задача С5. Козко А.И., Панферов В.С. и др. Под ред. Семенова А.Л., Яценко И.В. – М.МЦНМО, 2013, 144с.

Рекомендуемые сайты при подготовке к ЕГЭ

- alexlarin.net –Генератор вариантов ЕГЭ 2013 на сайте Александра Ларина. Для генерирования нового варианта просто обновите страницу. Есть версия для печати.
- alexlarin.net -И генератор вариантов ГИА-2013
- reshuege.ru -Система дистанционной подготовки к ЕГЭ по математике Дмитрия Гущина «РЕШУ ЕГЭ»
- bymath.net - **"Вся элементарная математика"** Средняя математическая Интернет-школа. Темы: Арифметика, Алгебра, Геометрия, Тригонометрия, Функции и графики, Основы анализа, Множества, Вероятность, Аналитическая геометрия. Все темы содержат множество **примеров с решениями**.
- uztest.ru сайт **"ЕГЭ математика"** - подготовка к тестированию (ЕГЭ) по математике.
 - Раздел **"Тесты ЕГЭ"**. Если слева Вы выберете "Тестирование", то перейдете на стр. "Тренировочное задание ЕГЭ по математике". Каждое задание состоит из 26 вопросов. В вопросной базе более 500 задач, поэтому при каждой перезагрузке страницы появляется новый тренировочный вариант теста.
 - Уроки (23 on-line *теста* по различным темам); Алгебра (это справочник формул по всем разделам математики включая геометрию - нажимать левой кнопкой мышки); *Тренажер* (множество on-line тестовых вопросов по алгебре и геометрии - нажимать левой кнопкой мышки; сразу же получаем ответ - "Правильно" или "Неправильно", если неправильно, то нажмите у себя в браузере значок "Обновить" страницу и повторите попытку). В разделе "Скачать" можно скачать

(515 Кб) основные формулы (разархивируется в 103 отдельных файла для Word).

- Учителям (поурочное и тематическое планирование; конспекты и планы уроков и др.). Необходима регистрация.
- eek.diary.ru - **Сообщество Не решается алгебра /геометрия/ высшая математика?.. ПОМОЖЕМ!** Помощь школьникам и студентам в решении математических задач и поиске литературы. Материалы для подготовки к ЕГЭ и ГИА. Учебная и методическая литература для школьников, студентов, учителей и преподавателей математики. Клуб любителей математики.
- alexlarin.net - **Подготовка к ЕГЭ по математике.** Сайт Ларина А.А. На сайте размещены решения заданий из демо вариантов, диагностических работ, Кимов, решения заданий группы "С" из сборников для подготовки к ЕГЭ-2010, ГИА-2010 и многое другое.
- ege-trener.ru - **Егэ-тренер. Турнир выпускников** Сайт Ольги Себедаш
 - "Дорогие старшеклассники, учителя! Представляем вам новый интерактивный проект. Здесь нет привычных уроков и тестов, но есть игра, соревнование, очки и азарт." Задачи и решения на логарифмические упрощения, показательные и тригонометрические уравнения, задачи на максимум и минимум, проценты и др
- egetrener.ru - **Егэ-тренер. Видеоуроки по математике.** Подготовка к ЕГЭ
- fmclass.ru - Образовательный портал "**Физ-мат класс**".
 - Теория** - Разделы школьного курса, Справочник, Книги скачать.
 - Методика** - Материалы уроков, Внеклассная работа, Экзамены (варианты ЕГЭ, варианты вступительных работ), Олимпиады, Лекции, Консультации и др.

Старший методист
центра методического обеспечения
развития образования

